

Annexe C : Calcul de volume en génie civil. Géométrie dans l'espace. Formule des trois niveaux.

Les trois vues suivantes représentent un barrage de montagne $ABCDEFGH$. Les côtes sont en mètres.
Les deux rectangles $IJHE$ et $FGKL$ schématisent le fond de la vallée, barrée en aval et en amont.

1. On coupe le barrage par un plan horizontal Π variable d'altitude z (en mètres) par rapport à la base.
Soit $MNPQ$ la section Σ obtenue (M, N, P, Q sont respectivement sur $[AE]$, $[BF]$, $[GC]$ et $[DH]$).
 - a) Quelle est la nature de Σ ?
 - b) Calculer en fonction de z les distances $NP=f(z)$ et $MN=g(z)$. En déduire l'aire $S(z)=h(z)$ (en m^2) de Σ .
 - c) Déterminer l'altitude z correspondant à une valeur maximale pour l'aire S . Calculer alors S .
 - d) Calculer le volume du barrage.
2. On désire retrouver ce volume par la formule dite des « trois niveaux » : $V = \frac{h}{6}(B_1 + B_2 + 4B_3)$ où h désigne la hauteur de l'édifice, B_1 et B_2 les aires des bases extrêmes de l'édifice, B_3 est l'aire de la base médiane de l'édifice (celle qui correspond à la moitié de la hauteur totale).
Comparer le volume du barrage en utilisant la formule ci-dessus et comparer avec 1.

Remarque : la formule des trois niveaux est utilisée pour calculer des valeurs approchées d'intégrales par la méthode de Simpson.

